

# Моделирование кислотного воздействия на пористую среду

Т.Р. Закиров

к.ф.-м.н., научный сотрудник<sup>1,2</sup>  
timurz0@mail.ru

А.И. Никифоров

д.ф.-м.н., заведующий лабораторией<sup>1</sup>  
ai\_nikifor@yahoo.com

<sup>1</sup>Федеральное государственное бюджетное учреждение науки Институт механики и машиностроения Казанского научного центра Российской академии наук — ИММ КазНЦ РАН, Казань, Россия

<sup>2</sup>Институт геологии и нефтегазовых технологий Казанского (Приволжского) Федерального университета, Казань, Россия

**Рассматривается задача о кислотной обработке пористой среды. Известно, что кислотное воздействие на нефтяные коллектора является широко применяемой технологией интенсификации добычи углеводородов, а такие параметры разработки, как концентрация кислоты, ее объем и скорость нагнетания, оказывают существенное влияние на промысловые показатели. В связи с этим проблемы, рассматриваемые в данной работе, являются на сегодняшний день актуальными и востребованными. Построена математическая модель двухфазной (нефть и вода) трехкомпонентной (нефть, вода и кислота) фильтрации жидкостей в пористой среде с учетом изменения фильтрационных свойств скелета в результате взаимодействия реагента с породой скелета. Исследуется вопрос о различии в скорости перемещения фронта активной компоненты и фронта водной фазы. Решается задача о подборе оптимальной скорости нагнетания активного реагента в керн. Проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными.**

## Введение

Кислотная обработка пористых сред, является одним из эффективнейших способов увеличения фильтрационных свойств скелета. Имеется значительное количество работ, в которых исследуются особенности взаимодействия реагента с пористым телом [1–3]. В большинстве известных математических моделей изменение пористости коллектора определяется по количеству породы, растворенной в кислоте, а изменение проницаемости — по формуле Козени-Кармана [3,4], связывающей проницаемость с пористостью.

Новизна работы заключается в методе вычисления изменения фильтрационных свойств пористой среды, основанном на моделировании динамики изменения функции распределения пор по размерам исследуемого образца в результате растворения породы с учетом интенсивности объединения поровых каналов.

В настоящей работе проведен анализ явления, связанного с различием в скорости перемещения фронтов концентрации кислоты и водной фазы в пористом теле; решается задача о подборе оптимальной скорости нагнетания кислотного раствора в керн; проведено сравнение результатов численного моделирования с экспериментальными данными.

## 1. Постановка задачи. Основные уравнения

Рассматривается двухфазная трехкомпонентная (нефть, вода, кислота) изотермическая фильтрация несжимаемых несмешивающихся жидкостей в недеформируемом пористом теле. Моделируется кислотное воздействие на пористую среду, при этом считается, что концентрация кислоты мала.

Законы сохранения двухфазной трехкомпонентной фильтрации можно записать в виде:

— уравнения неразрывности для нефти и воды [5]

$$\frac{\partial(mS_\alpha)}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{U}_\alpha = q_\alpha, \quad (\alpha = o, w); \quad (1)$$

— уравнения неразрывности для кислоты [4]

$$\frac{\partial(mS_w C)}{\partial t} + \operatorname{div} \mathbf{U}_c = -q_c; \quad (2)$$

— уравнения движения для нефти, воды и кислоты:

$$\mathbf{U}_\alpha = -K_\alpha \operatorname{grad} P, \quad \mathbf{U}_c = C \mathbf{U}_w; \quad (3)$$

В приведенных выше соотношениях  $\alpha = o, w$ , где индексами «o» и «w» помечены параметры нефтяной и водной фазы,  $U_\alpha$  — скорость фильтрации фазы  $\alpha$ ,  $P$  — давление в фазах,  $S_\alpha$  — насыщенность пористого тела фазой  $\alpha$  ( $S_o + S_w = 1$ ),  $C$  — концентрация кислоты,  $m$  — пористость,  $K_\alpha = K f_\alpha / \mu_\alpha$ ,  $k$  — абсолютная проницаемость,  $\mu_\alpha$  — динамическая вязкость,  $f_\alpha$  — функция относительной фазовой проницаемости,  $q_w$  — интенсивность образования воды в результате химической реакции (карбоната кальция и соляной

кислоты),  $q_c$  — источник, характеризующий уменьшение массы кислоты в результате ее реакции с породой.

Уравнение химической реакции взаимодействия соляной кислоты с карбонатной породой имеет виде:



В результате реакции растворившийся объем элемента пористой среды будет замещен продуктами реакции (правая часть уравнения). Так как одним из образующихся веществ будет вода (со стехиометрическим коэффициентом равным одному), можно принять, что

$$q_w = \frac{\partial m}{\partial t}.$$

Пусть процесс фильтрации происходит в области  $\Omega$ , с границей  $\Gamma$ , состоящей из трех частей —  $\Gamma_1$ ,  $\Gamma_2$ ,  $\Gamma_3$ . Будем считать, что для начального момента времени известно распределение водонасыщенности и концентрации:

$$S(x, y, z, 0) = S^0(x, y, z) \text{ и}$$

$$C(x, y, z, 0) = C^0(x, y, z).$$

На участке границы  $\Gamma_1$  (входная часть границы) будем считать известными давление (или расход  $Q$ ), насыщенность и концентрацию кислоты:

$$P|_{\Gamma_1} = P^0, \quad S|_{\Gamma_1} = S^* \text{ и } C|_{\Gamma_1} = C^*.$$

На участке границы  $\Gamma_2$  (выходная часть границы) будем считать заданным давление:

$$P|_{\Gamma_2} = P^N.$$

Часть границы  $\Gamma_3$  будем считать непроницаемой:

$$\frac{\partial P}{\partial n}|_{\Gamma_3} = 0.$$

В общем случае величины  $P^0$ ,  $S^*$ ,  $P^N$  и  $C^*$  могут зависеть от координат и от времени. В рассмотренном ниже примере насыщенность и давление (расход жидкости) на  $\Gamma_1$ , а также давление на  $\Gamma_2$  считаются постоянными, т.е.  $P^0(Q^0)$ ,  $S^*$ ,  $P^N$  — const. Во время поступления кислоты в образец  $C^* = 1$ , в любое другое время  $C^* = 0$ . Если через какую-то часть участка границы  $\Gamma_1$  кислота в пористую среду не поступает, то на этой части  $C^* = 0$ .

Построенная система уравнений решается в переменных давление, насыщенность и концентрация кислоты конечно-элементным методом контрольных объемов на равномерной сетке. Методы аппроксимации и численная схема решения задачи подробно описаны в работе [6].

Для того, чтобы описать изменения фильтрационно-емкостных характеристик пористой среды, воспользуемся функцией распределения пор по размерам  $\varphi$ . В начальный момент спектр пор в каждой точке пласта считается известным:  $\varphi(r, 0) = \varphi^0(r)$ ; его изменение во времени подчинено следующему уравнению [6]:

$$\frac{\partial \varphi}{\partial t} + \frac{\partial}{\partial r} (u, \varphi) = u_\eta. \quad (5)$$

### Материалы и методы

Для вычисления изменения пористости и проницаемости в результате взаимодействия кислоты с породой скелета применяется модель «пучка» цилиндрических капилляров различного радиуса. При анализе результатов, характеризующих скорости распространения в пористой среде фронтов различных компонент жидкостей, используется модель двухфазного течения, предложенная Баклеем и Левереттом. Поставленная задача решается численным методом контрольных объемов на равномерной сетке с использованием технологии распараллеливания OpenMP.

### Ключевые слова

математическое моделирование, пористая среда, кислота, проницаемость, пористость

где  $u_r$  — скорость изменения радиуса пор и  $u_n$  — интенсивность объединения поровых каналов. Скорость изменения радиуса порового канала определяется по формуле [6]:

$$u_r = \frac{\Delta r}{\Delta t} = \frac{0,744\chi C}{\rho_m} \left( \frac{rD_c^2 \Delta P}{L\mu_m \zeta} \right)^{1/3}, \quad (6)$$

где  $D_c$  — коэффициент эффективной диффузии,  $\rho_m$  — плотность породы,  $L$  — длина капилляра,  $r$  — радиус капилляра,  $\chi$  — стехиометрический коэффициент,  $\zeta$  — извилистость капилляра.

Элементарный процесс объединения двух поровых каналов будем рассматривать как их слияние и опишем при помощи уравнения М. Смолуховского:

$$u_n = \frac{dV}{dt} = \frac{1}{2} \int_0^V \theta(v-v_1, v_1) \phi(v) \phi(v_1) dv_1 - \int_0^V \theta(v, v_1) \phi(v) \phi(v_1) dv_1. \quad (7)$$

Неотрицательную функцию  $\theta$  называют ядром объединения.

Изменение фильтрационно-емкостных характеристик пласта вычисляется на основе смещения функции распределения пор по размерам при помощи следующих выражений:

$$m = m^0 \int_0^\infty r^2 \varphi dr / \int_0^\infty r^2 \varphi^0 dr, \\ k = k^0 \int_0^\infty r^4 \varphi dr / \int_0^\infty r^4 \varphi^0 dr, \quad (8)$$

где  $k^0$ ,  $m^0$  — начальные значения проницаемости и пористости соответственно.

Одним из основных достоинств такого определения пористости и проницаемости является возможность предсказания появления «червоточин» (пор большого размера) в пористой среде по динамике функции распределения пор по размерам.

### 2. Численные результаты

Рассматриваемый образец представляет собой цилиндрический керн длиной 0,102 м и диаметром 0,038 м. Образец считается однородным, его начальная проницаемость  $k = 0,005$  мкм<sup>2</sup>, начальная пористость  $m = 0,15$ . Проведены численные эксперименты по заводнению нефтенасыщенного керна с применением кислотного воздействия.

На рис. 1 показана функция распределения пор по размерам в узле с координатами (1,1) для трех моментов времени. Начальный

спектр пор по размерам был взят из работы Котяхова [7] (рис. 1 — «0 часов»). Вследствие химической реакции кислоты с поверхностью капилляра его радиус увеличивается, что отражается в смещении графика функции распределения в сторону больших радиусов (рис. 1 — «1 и 2 часа»).

Построим на одном графике профили распространения водной фазы и кислотной компоненты на момент времени 2 часа (рис. 2, значения по оси X отложены в относительных единицах). Как видно из графика, фронт распространения кислоты заметно отстает от фронта воды. Задача о вытеснении нефти раствором воды с активной примесью была подробно рассмотрена в работе [5]. Было показано, что скорость распространения фронта водонасыщенности пропорциональна  $U(F(Sc) - F(S^*)) / m(Sc - S^*)$ , где  $F^*c = (F(Sc) - F(S^*)) / (Sc - S^*)$ ,  $Sc$  — насыщенность на скачке фронта водной фазы,  $S^*$  — доля связанной воды; скорость распространения фронта активной компоненты равняется  $UF(S1) / mS1$ , причем  $F^*1 = F(S1) / S1$ , где  $S1$  — насыщенность на скачке фронта кислотной компоненты.

На рис. 3 построены две касательные к функции Баклея-Леверетта для нахождения скорости распространения скачка водонасыщенности (пропорционально  $tg\alpha$ ) [5] и скорости распространения концентрации кислоты (пропорционально  $tg\beta$ ). Как видно из рис. 3,  $tg\alpha > tg\beta$ . Следовательно, фронт раствора активной примеси всегда будет отставать от фронта распространения воды. Исходя из геометрических соображений, скорости движения фронтов обоих компонент будут совпадать, когда  $S^*$  будет стремиться к нулю.

На следующем этапе исследования проводятся вычислительные эксперименты по нагнетанию воды с кислотой, с варьированием скорости закачки раствора. По итогам вычислений построен график зависимости количества поровых объемов кислоты, которое необходимо закачать в керн, чтобы проницаемость образца увеличилась в 100 раз (прорыв кислоты), от скорости нагнетания (рис. 4).

Для сравнения на этом же рисунке приведены результаты экспериментов на керне из работы [1], в которых подбиралась оптимальная скорость закачки раствора кислоты. Как видно, наблюдается удовлетворительное совпадение между результатами численного и натурального моделирования на керне.

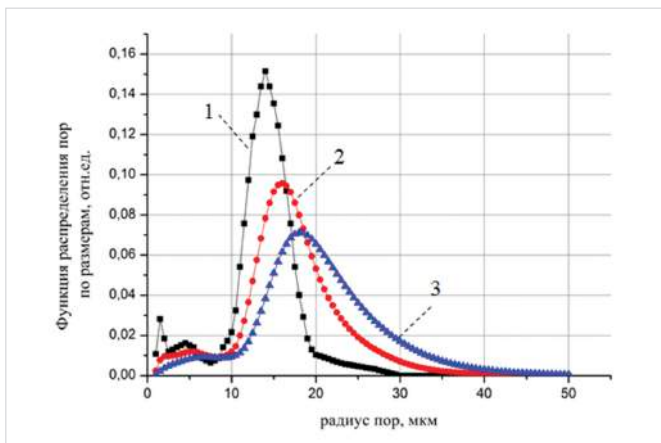


Рис. 1 — Изменение функция распределения пор по размерам в результате кислотной обработки:  
1)  $t = 0$  часов; 2)  $t = 1$  час; 3)  $t = 2$  часа

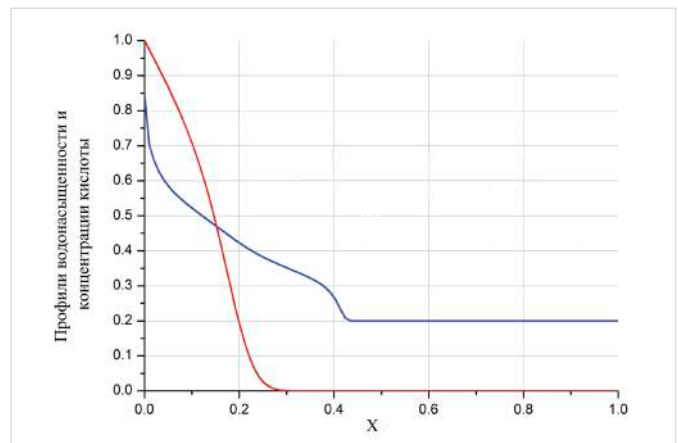


Рис. 2 — Профили распространения водонасыщенности (синяя кривая) и относительной концентрации кислоты (красная кривая) по относительной длине керна

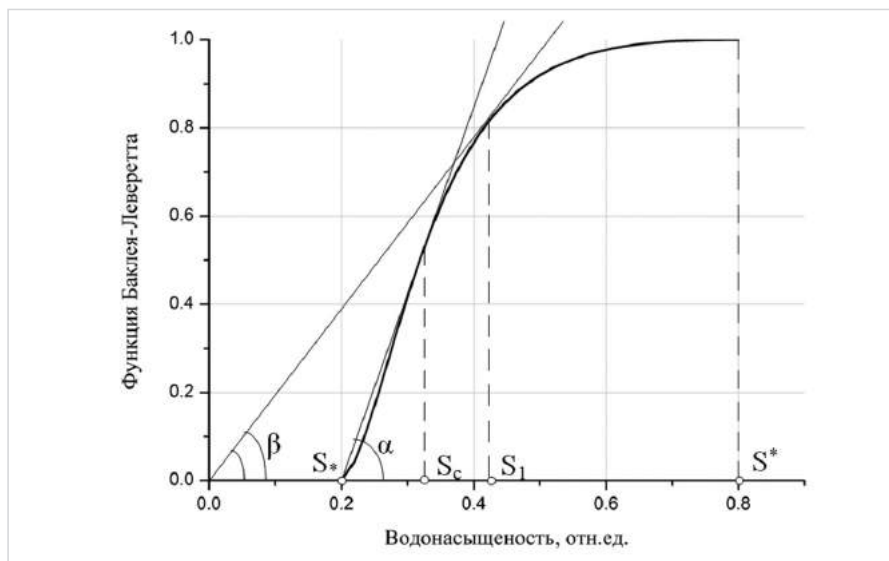


Рис. 3 — Функция Бакля-Левретта

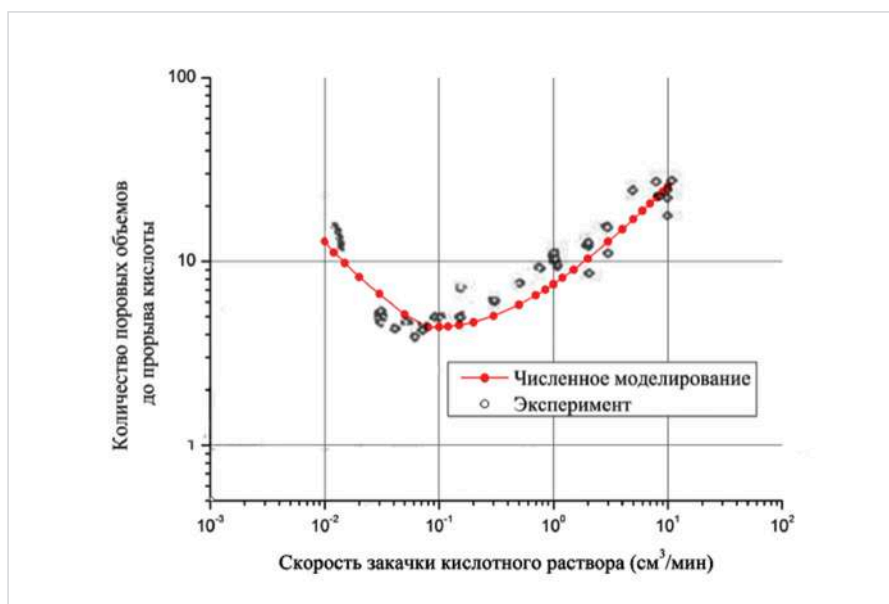
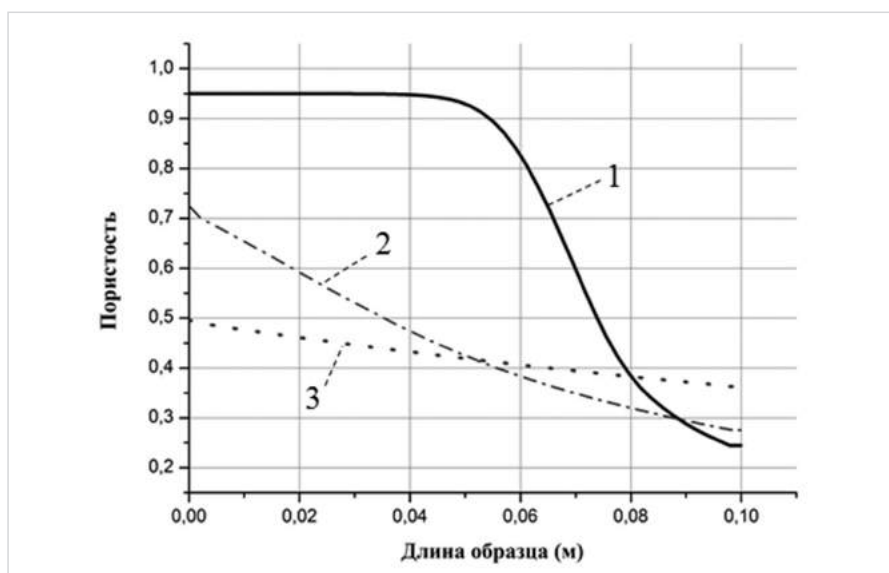


Рис. 4 — Оптимизация закачки кислотного раствора

Рис. 5 — Коэффициент пористости вдоль длины образца при различных режимах закачки кислотного раствора: 1)  $Q = 0,01 \text{ см}^3/\text{мин}$ ; 2)  $Q = 0,10 \text{ см}^3/\text{мин}$ ; 3)  $Q = 1,00 \text{ см}^3/\text{мин}$ 

Диапазон скорости закачки раствора кислоты условно можно разбить на три части: менее  $0,03 \text{ см}^3/\text{мин}$ ,  $0,03\text{--}0,20 \text{ см}^3/\text{мин}$ , более  $0,20 \text{ см}^3/\text{мин}$ . На первом интервале интенсивность подачи раствора мала, и кислота, как видно по рис. 3, не успевает глубоко проникнуть внутрь образца, так как практически полностью расходуется на растворение породы вблизи входного сечения (рис. 5, кривая « $Q = 0,01 \text{ см}^3/\text{мин}$ »).

При высокой скорости нагнетания (третий интервал) кислота быстро достигает выходное сечение, таким образом, большое количество раствора, не вступив в реакцию, покидает образец, но при этом наблюдается равномерное растворение породы по длине керна (рис. 5, кривая « $Q = 1,00 \text{ см}^3/\text{мин}$ »).

Результаты экспериментов и численного моделирования показали, что оптимальная скорость закачки раствора кислоты для данных параметров керна лежит в интервале  $0,03\text{--}0,20 \text{ см}^3/\text{мин}$ , т.к. в этом случае достигается баланс между скоростью подачи раствора и скоростью химической реакции (рис. 5, кривая « $Q = 0,10 \text{ см}^3/\text{мин}$ ») и количество закачанной кислоты до ее прорыва минимально.

Будем считать, что каналы, радиус которых больше  $500 \text{ мкм}$ , являются червоточинами. Пусть  $N$  — общее число поровых каналов в контрольном объеме. Тогда количество червоточин в этом объеме можно вычислить по формуле:

$$N_{ch} = N \frac{\int_0^{\infty} \varphi(r) dr}{\int_0^{500} \varphi(r) dr}$$

По расчетам во входном сечении моделируемого образца после кислотной обработки образуются 2 канала с радиусами более  $500 \text{ мкм}$ .

Авторами работы [1] отмечается, что при таком режиме фильтрации образуются выделенные доминантные каналы растворения. Описанный подход можно применять для подбора наиболее эффективного режима кислотного воздействия на нефтяные коллектора.

Работа выполнена за счет средств субсидии, выделенной в рамках государственной поддержки Казанского (Приволжского) федерального университета в целях повышения его конкурентоспособности среди ведущих мировых научно-образовательных центров, за счет субсидии, выделенной Казанскому федеральному университету для выполнения государственного задания в сфере научной деятельности, а также гранта РФФИ № «14-01-31096 мол\_а».

#### Итоги

В работе представлена модель вытеснения нефти водой с применением кислотного воздействия на пласт, в которой для описания изменения фильтрационно-емкостных характеристик коллектора использована модель идеальной пористой среды в виде пучка капилляров различных радиусов.

Проведен анализ явления, связанного с различной скоростью перемещения фронтов активной компоненты и водонасыщенности. Показано, что представленная модель доказала свою эффективность и позволяет предсказать оптимальную скорость подачи раствора кислоты в образец, обеспечивающую минимум расхода реагента.

**Выводы**

Описанная методика по определению оптимальной скорости нагнетания кислотного раствора в керн может быть использована для подбора режима фильтрации при кислотной обработке прискважинной зоны в реальных нефтяных залежах.

**Список используемой литературы**

1. Fredd C.N., Fogler H.S. Influence of Transport and Reaction on Wormhole Formation in Porous Media. *AIChE Journal*, 1998, Vol. 44, issue 9, pp. 1933–1949.
2. Hoefner M.L., Fogler H.S. Pore Evolution and Channel Formation During Flow and Reaction in Porous. *AIChE Journal*, 1988, Vol. 34, issue 1, pp. 45–54.
3. Смирнов А.С., Федоров К.М. О моделировании кислотного воздействия на карбонатный пласт // *Известия РАН. Серия МЖГ*. 2010. № 5. С. 114–121.
4. Закиров Т.П., Никифоров А.И. Моделирование кислотного воздействия на нефтяные пласты при заводнении // *Нефтяное хозяйство*. 2012. № 6. С. 62–65.
5. Баренблатт Г.И., Ентов В.М., Рыжик В.М. Движение жидкостей и газов в природных пластах. М.: Недра, 1984. 207 с.
6. Закиров Т.П., Никифоров А.И. Моделирование кислотного воздействия на прискважинную зону нефтяного пласта при заводнении // *Математическое моделирование*. 2013. Том. 25. № 2. С. 54–63.
7. Котяхов Ф.И. Физика нефтяных и газовых коллекторов. М.: Недра, 1977. 288 с.

ENGLISH

OIL PRODUCTION

**Simulation of acid exposure on a porous medium**

UDC 622.276

**Authors:**

**Timur R. Zakirov** — ph.d., researcher <sup>1,2</sup>; [timurz0@mail.ru](mailto:timurz0@mail.ru)

**Anatoliy I. Nikiforov** — ph.d., Head of the laboratory<sup>1</sup>; [ai\\_nikifor@yahoo.com](mailto:ai_nikifor@yahoo.com)

<sup>1</sup>Institute of Mechanics and Engineering, Kazan Science Center, Russian Academy of Sciences – IME KazSC RAS, Kazan, Russian Federation

<sup>2</sup>Institute of Geology and Petroleum Technology Kazan (Volga Region) Federal University, Kazan, Russian Federation

**Abstract**

The study deals with a problem of acid treatment of the porous medium. It is known that the acid effect on the oil reservoir is a widely used technology intensification of hydrocarbon production and design of parameters such as the concentration of acid, its volume and injection rate have a significant impact on commercial performance. In this regard, the issues addressed in this paper are relevant today and demand. There is a mathematical model of the two-phase (oil and water) three-component (oil, water and acid) flow of liquids in porous media, taking into account changes in the filtration properties of the skeleton as a result of the interaction the reagent with the rock skeleton. We investigate a question of phenomena which associated with different rates moving fronts of active component and water saturation is produced. The problem of selecting the optimum injection

rate of the active agent into the core is discussed. There is a comparison of numerical results with experimental data.

**Materials and methods**

To calculate changes in porosity and permeability as a result of interaction the acid with rock skeleton the model of "bundle" of cylindrical capillaries of different radii is applied. During analyzing the results, which characterize the propagation velocity fronts of different components flow in a porous medium, used two-phase flow model, proposed by Buckley and Leverett. The problem is solved by the method of control volumes on a uniform grid using parallelization technology OpenMP.

**Results**

The study presents a model of oil displacement by water using an acid stimulation in which to describe the changes in the porosity and reservoir

characteristics the model of an ideal porous medium as a bundle of capillaries of different radii is used.

The analysis of phenomena associated with different rates moving fronts of active component and water saturation is produced.

It's shown that the model proven it's effective and allows predicts the optimum feed rate of acid solution into the sample, providing a minimum consumption of reagent.

**Conclusions**

The described technique for determining the optimal injection rate of the acid solution in the core can be used for the selection of filtration mode in acidizing of the near-wellbore zone in real oil fields.

**Keywords**

mathematical modeling, porous medium, acid, permeability, porosity

**References**

1. Fredd C.N., Fogler H.S. Influence of Transport and Reaction on Wormhole Formation in Porous Media. *AIChE Journal*, 1998, Vol. 44, issue 9, pp. 1933–1949.
2. Hoefner M.L., Fogler H.S. Pore Evolution and Channel Formation During Flow and Reaction in Porous. *AIChE Journal*, 1988, Vol. 34, issue 1, pp. 45–54.
3. Смирнов А.С., Федоров К.М. О моделировании кислотного воздействия на карбонатный пласт [On the modeling of acid exposure on the carbonate formation]. *Izvestiya RAN. Seriya MZhG*, 2010, issue 5, pp. 114–121.
4. Zakirov T.R., Nikiforov A.I. *Modelirovanie kislotnogo vozdeystviya na neftyanye plasty pri zavodnenii* [Modeling acid impact in water flooding oil reservoir]. *Neftyanoe khozyaystvo*, 2012, issue 6, pp. 62–65.
5. Barenblatt G.I., Entov V.M., Ryzhik V.M. *Dvizhenie zhidkostey i gazov v prirodnykh plastakh* [The movement of liquids and gases in natural reservoirs]. Moscow: *Nedra*, 1984, 207 p.
6. Zakirov T.R., Nikiforov A.I. *Modelirovanie kislotnogo vozdeystviya na priskvazhinnuyu zonu neftyanogo plasta pri zavodnenii* [Simulation of acid exposure on the near-well zone waterflood oil reservoir]. *Mathematic modeling*, 2013, Vol. 25, issue 2, pp. 54–63.
7. Kotyakhov F.I. *Fizika neftyanykh i gazovykh kollektorov* [Physics of oil and gas reservoirs]. Moscow: *Nedra*, 1977, 288 p.